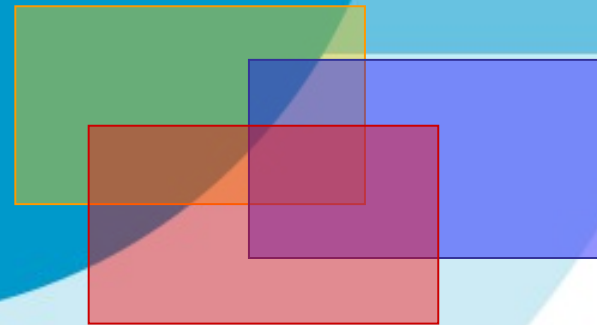
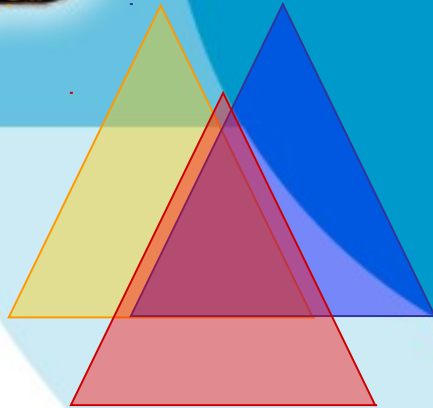




# Teoría de Conjuntos

## Unidad II





# Teoría de Conjuntos

## Definición de Conjunto

Definición

Notaciones

Pertenencia

Cardinalidad

Conj. Universal

Conj. Vacío

- *Un conjunto es una agrupación o colección bien definida de objetos con características similares, donde cada objeto es un elemento o miembro del conjunto.*
- *Un conjunto es una colección desordenada de objetos con una propiedad común.*



Pelotas



Instrumentos



Crayones



# Teoría de Conjuntos

## Notaciones

Definición

Notaciones

Pertenencia

Cardinalidad

Conj. Universal

Conj. Vacío

- **Conjunto:** Lo denotaremos con letras mayúsculas ( $A, B, C, \dots$ ) o enumerando todos los miembros del conjunto cuando esto sea posible. Para los elementos del conjunto deben estar separados por comas “,” y delimitados por llaves “{ }”.

- **Ejemplo:**

El conjunto de las vocales del alfabeto se puede escribir como:

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$





# Teoría de Conjuntos

## Notaciones

Definición

- *Elementos de un Conjunto: Se denotan con letras minúsculas, a menos que dichos elementos sean a su vez conjuntos (Familias de conjuntos).*

Notaciones

Pertenencia

- *Ejemplo:*

Cardinalidad

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

Conj. Universal

Conj. Vacío

'o' es un elemento del conjunto **A**.



# Teoría de Conjuntos

## Pertenencia

- *Sea  $x$  un elemento cualquiera,  $A$  y  $B$  dos conjuntos cualesquiera un conjunto.*

Definición

Notaciones

Pertenencia

Cardinalidad

Conj. Universal

Conj. Vacío

Sea  $A = \{1, 2, 3\}$

Si  $x$  es un elemento de  $A$ , se dice que  $x$  pertenece a  $A$  y se denota como:

$x \in A$ .

$1 \in A$

Si  $x$  no es un elemento de  $A$ , se dice que  $x$  no pertenece a  $A$ , y se denota como:

$\neg(x \in A)$  o  $x \notin A$ .

pero  $\neg(4 \in A)$  o  $4 \notin A$



# Teoría de Conjuntos

## Cardinalidad

Definición

- *Sea  $A$  un conjunto. Si hay exactamente  $n$  elementos distintos en  $A$ , donde  $n$  es un número entero no negativo, decimos que  $A$  es un Conjunto Finito y  $n$  es el cardinal de  $A$ .*

Notaciones

Pertenencia

- *Se denota como  $|A|$*

Cardinalidad

Si  $A$  es un conjunto finito, entonces:  $|A| = n$  con  $n \in \mathbb{N}$

Conj. Universal

Si  $A$  es un conjunto infinito, entonces:  $|A| = \infty$

Conj. Vacío

Ejemplos:  $A = \{ 1, 2, 3 \} \Rightarrow |A| = 3$   
 $B = \{ 1, 2, 3, \dots \} = \mathbb{N} \Rightarrow |B| = \infty$



# Teoría de Conjuntos

## Conjunto Universal

Definición

- *Es aquel conjunto del cual se toman los elementos para describir un conjunto particular de interés.*

Notaciones

- *El conjunto universal se denota convencionalmente por la letra U.*

Pertenencia

Cardinalidad

- *Ejemplo:*

$$A = \{ a, e, i, o, u \}$$

Conjunto particular de interes

Conj. Universal

Conj. Vacío

U es el conjunto de las letras del Abecedario





# Teoría de Conjuntos

## Conjunto Vacío

Definición

- *Se define como el conjunto que no tiene elementos, el cual se denota como  $\emptyset$ .*

Notaciones

- *De esta definición podemos deducir que  $\emptyset = \{ \}$  y además,  $|\emptyset| = 0$ .*

Pertenencia

Cardinalidad

- *Así, cada elemento que pertenece al universo no pertenece al vacío:*

Conj. Universal

$$\forall x [x \in U \rightarrow x \notin \emptyset]$$

Conj. Vacío

$$U = \{a, b, c, d, e, \dots, z\}$$

$$\emptyset = \{ \}$$



# Teoría de Conjuntos

## Descripción de un Conjunto

Descripción

### 1) Por Extensión

*Consiste en dar explícitamente los elementos que pertenecen al conjunto, esto es, enumerar los elementos del conjunto.*

Diag. de Venn

Igualdad

### 2) Por Comprensión

*Consiste en dar una especificación implícita de los elementos del conjunto mediante una función proposicional y una variable libre.*

Inclusión

*El conjunto así descrito, se define tomando aquellos elementos del universo del discurso que hacen la función proposicional verdadera.*

Propiedades

Operaciones

$$A = \{ x / x \in U \wedge P(x) \}$$





# Teoría de Conjuntos

## Descripción de un Conjunto

### Ejemplos

#### 1) Por Extensión

Las vocales



$$A = \{ a, e, i, o, u \}$$

Los números Naturales



$$B = \{ 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

#### 2) Por Comprensión

Las vocales

$$U = \{ a, b, c, d, e, f, g, h, i, \dots, z \}$$

$$A = \{ x/x \in U \wedge x \text{ es una vocal} \} \Rightarrow A = \{ a, e, i, o, u \}$$

Los números Naturales

$$B = \{ x/x \in \mathbb{N} \}$$

Descripción

Diag. de Venn

Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones



# Teoría de Conjuntos

## Diagrama de Venn

- *Son esquemas que nos permiten hacer la representación gráfica de los conjuntos.*
- *El conjunto universo  $U$ , se representa por un rectángulo o por un cuadrado.*

Descripción

Diag. de Venn

Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones





# Teoría de Conjuntos

## Diagrama de Venn

- *Los conjuntos que se encuentran en el universo, se representan por líneas curvas cerradas.*
- *De este modo los elementos de un conjunto dado se pueden colocar dentro del área demarcada por la línea cerrada que define al conjunto.*

Descripción

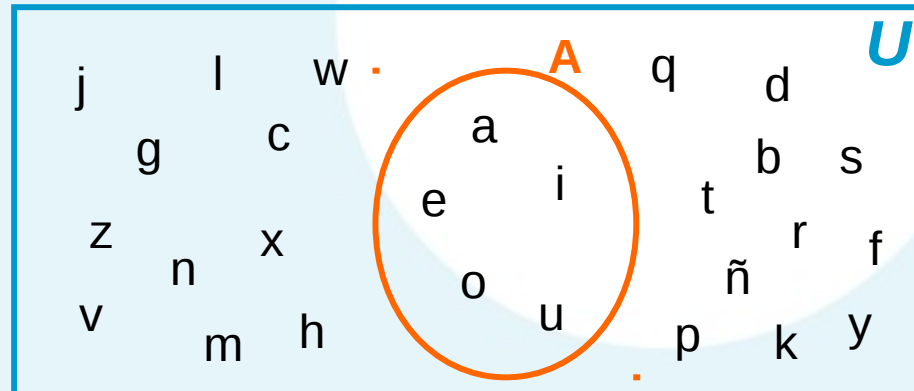
Diag. de Venn

Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones





# Teoría de Conjuntos

## Igualdad de Conjuntos

- *Dos conjuntos A y B son iguales si y sólo si tienen los mismos elementos. Formalmente esto es:*

Descripción

Diag. de Venn

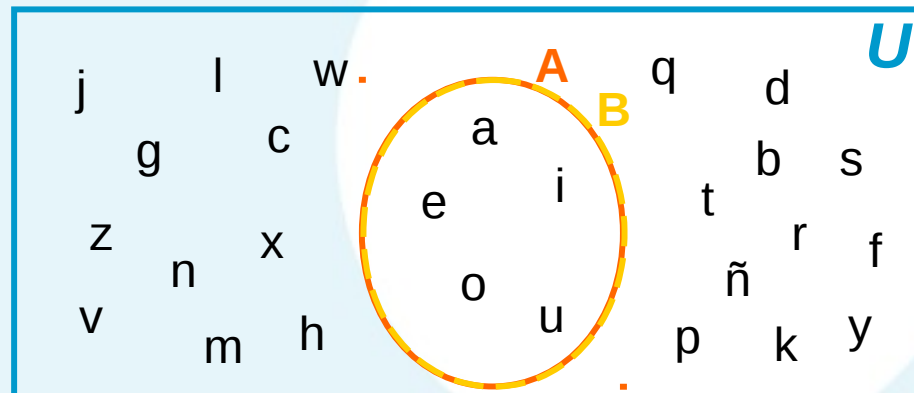
Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones

$$A=B \leftrightarrow \forall x [x \in A \leftrightarrow x \in B]$$



**Todo elemento de A es elemento de B y  
 Todo elemento de B es elemento de A**

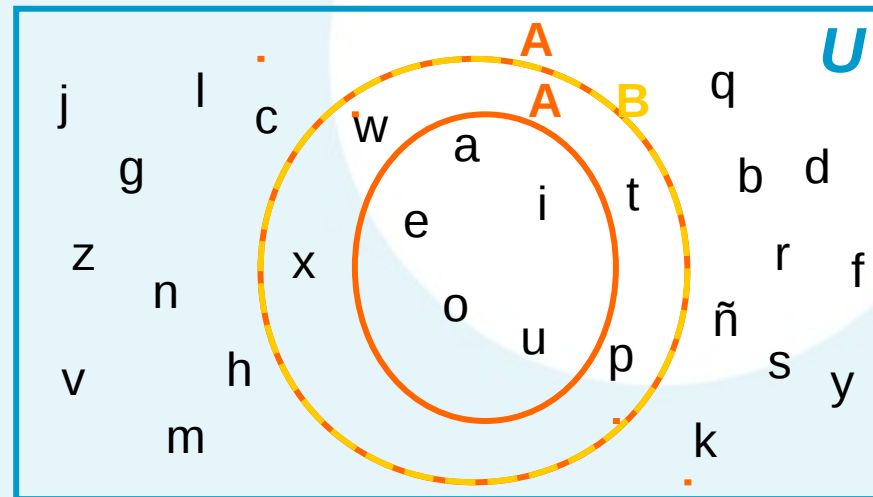


# Teoría de Conjuntos

## Inclusión de Conjuntos

- *El conjunto A se dice que es subconjunto de B si, y solo si, todo elemento de A es elemento de B y se denota como  $A \subseteq B$ .*
- *Formalmente:*

$$A \subseteq B \leftrightarrow \forall x [x \in A \rightarrow x \in B]$$



Descripción

Diag. de Venn

Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones



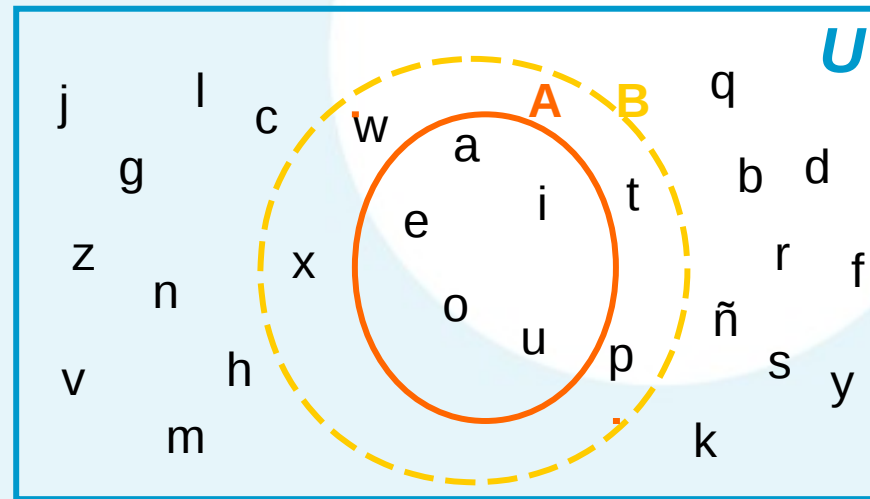
# Teoría de Conjuntos

## Inclusión Propia de Conjuntos

- Sean  $A$  y  $B$  conjuntos. Se dice que  $A$  es subconjunto propio de  $B$ , y se denota  $A \subset B$ , si sólo si, todo elemento de  $A$  es elemento de  $B$  y existe al menos un elemento de  $B$  que no es elemento de  $A$ .

- **Formalmente:**

$$A \subset B \leftrightarrow \{ \forall x [x \in A \rightarrow x \in B] \wedge \exists x [x \in B \wedge x \notin A] \}$$



Descripción

Diag. de Venn

Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones



# Teoría de Conjuntos

## Propiedades de los Conjuntos

Descripción

### TEOREMA 1

Sean  $A, B$  subconjuntos de  $U$ .

Entonces  $A = B$  si y sólo si  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq A$ .

$$A = B \leftrightarrow [(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)]$$

Diag. de Venn

Igualdad

### TEOREMA 2

Para cualquier conjunto  $A$ , se cumple que  $\emptyset \subseteq A$ .

Inclusión

Propiedades

### TEOREMA 3

Sean  $A, B$  y  $C$  subconjuntos de  $U$ .

Si  $A \subseteq B$  y  $B \subseteq C$  entonces  $A \subseteq C$

$$[(A \subseteq B) \wedge (B \subseteq C)] \rightarrow A \subseteq C$$

Operaciones



# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

Sean dos conjuntos  $A$  y  $B$  ( $A \subseteq U$  y  $B \subseteq U$ ).

Descripción

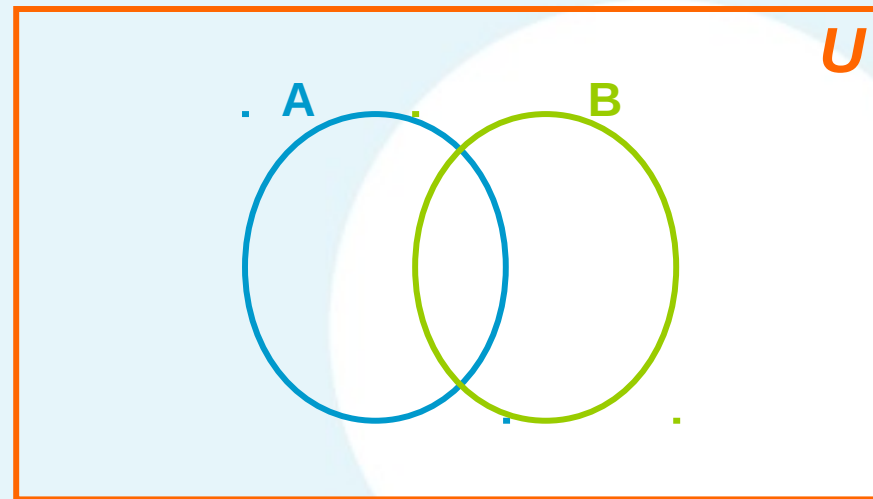
Diag. de Venn

Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones



Se definen las siguientes operaciones entre los conjuntos  $A$  y  $B$



# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

### UNIÓN ( $A \cup B$ )

Descripción

- *La unión de  $A$  y  $B$  se define como el conjunto de los elementos que pertenecen a  $A$  o a  $B$  o a ambos conjuntos a la vez.*

Diag. de Venn

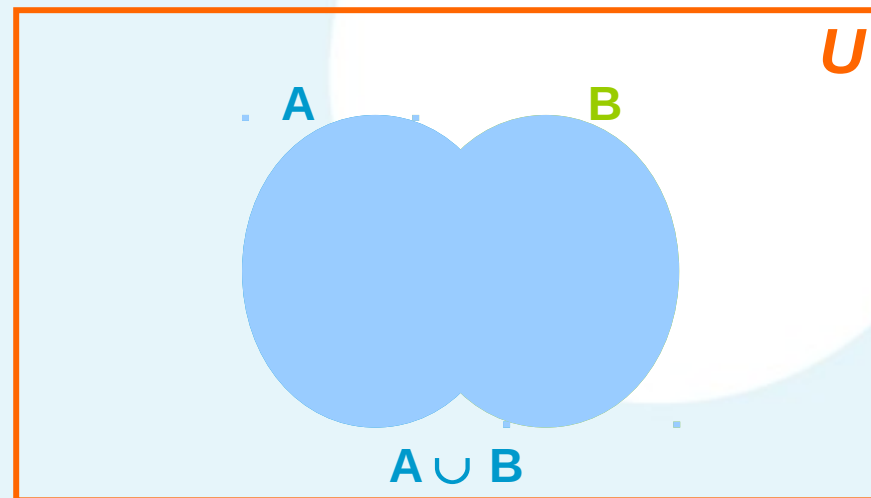
Igualdad

- *El operador de la unión se denota como “ $\cup$ ”.*

Inclusión

Propiedades

Operaciones





# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

*La unión de A y B se define formalmente como:*

Descripción

$$A \cup B = \{x \mid x \in U \wedge (x \in A \vee x \in B)\}$$

Diag. de Venn

*También se puede decir:*

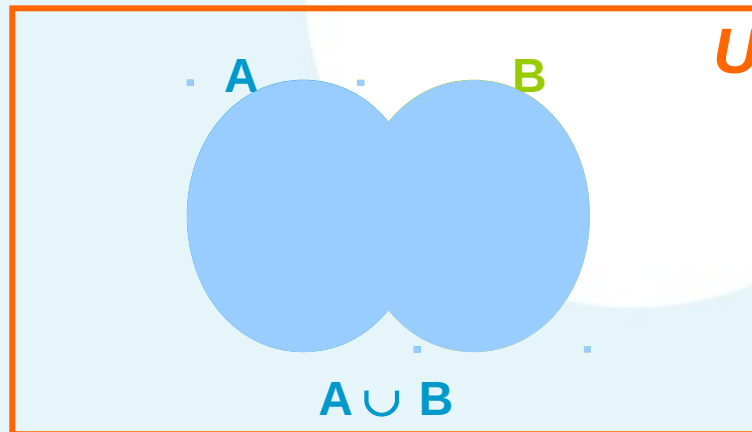
Igualdad

$$\forall x [ x \in (A \cup B) \leftrightarrow (x \in A \vee x \in B) ]$$

Inclusión

Propiedades

Operaciones





# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

### INTERSECCIÓN $A \cap B$

- *La intersección de  $A$  y  $B$  se define como el conjunto de los elementos que pertenecen a ambos conjuntos a la vez.*
- *El operador de la intersección se denota como “ $\cap$ ”*

Descripción

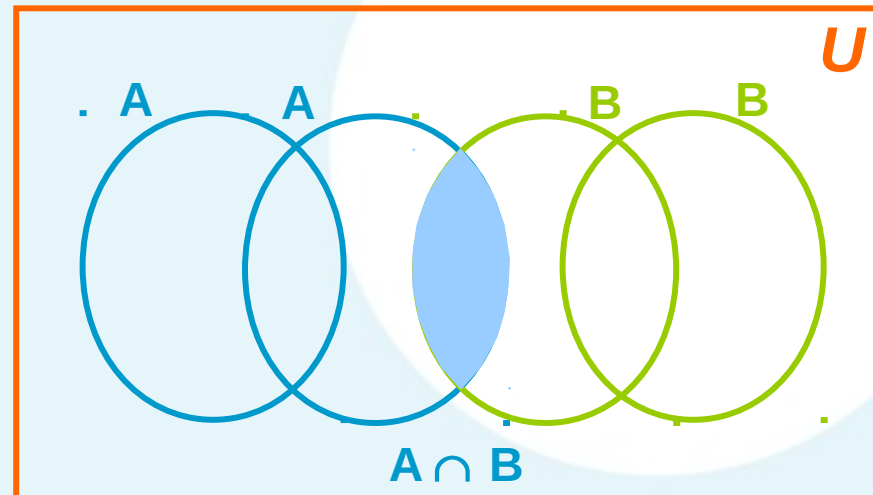
Diag. de Venn

Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones



Los conjuntos  $A$  y  $B$  cuya intersección resulte vacía ( $A \cap B = \emptyset$ ) se llaman **conjuntos disjuntos**



# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

*La intersección de A y B se define formalmente como:*

Descripción

$$A \cap B = \{x \mid x \in U \wedge (x \in A \wedge x \in B)\}$$

Diag. de Venn

*También se puede decir:*

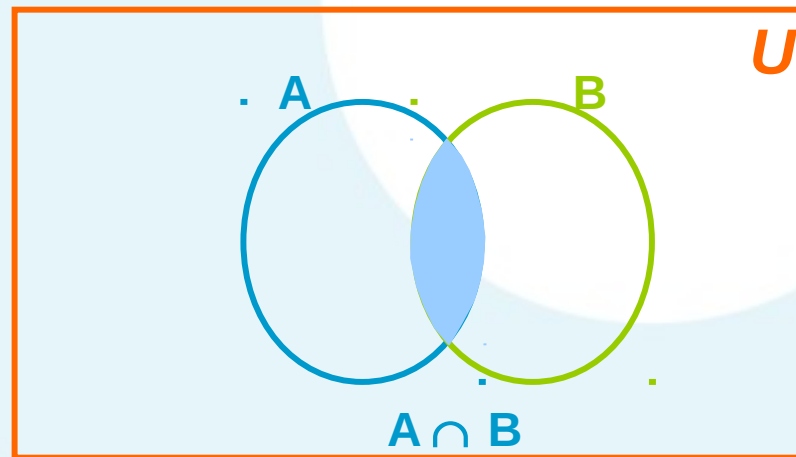
Igualdad

$$\forall x [ x \in (A \cap B) \leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) ]$$

Inclusión

Propiedades

Operaciones



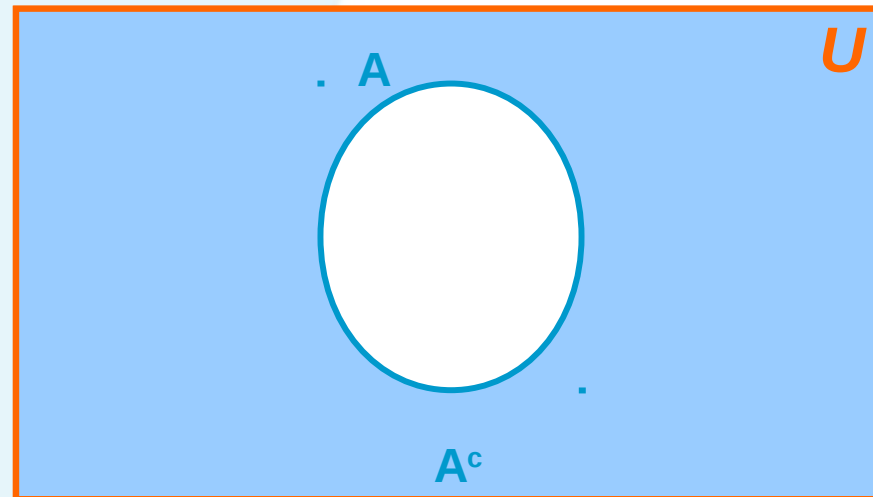


# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

### COMPLEMENTO ( $A, A^c$ )

- Para cualquier conjunto  $A$  ( $A \subseteq U$ ), el complemento de  $A$ , se define como el conjunto de los elementos que pertenecen a  $U$  y no pertenecen a  $A$ .
- El complemento de  $A$  se denota como:  $\sim A$ ,  $\neg A$ ,  $\bar{A}$ ,  $A^c$



Descripción

Diag. de Venn

Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones



# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

*El complemento de A se define formalmente como:*

Descripción

$$\bar{A} = \{x \mid x \in U \wedge x \notin A\}$$

Diag. de Venn

*También se puede decir:*

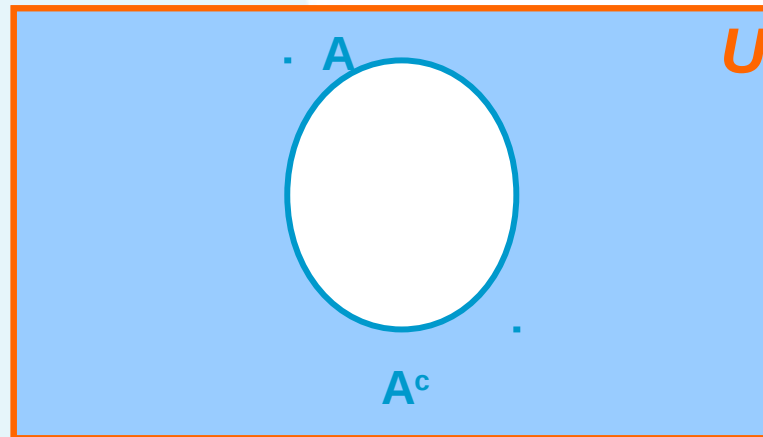
Igualdad

$$\forall x [x \in \bar{A} \leftrightarrow x \notin A]$$

Inclusión

Propiedades

Operaciones





# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

### DIFERENCIA ( $A - B$ )

- *La diferencia de dos conjuntos  $A$  y  $B$  es el conjunto de todos los elementos de  $A$  que no pertenecen a  $B$ .*
- *El operador de la diferencia se denota como: “-”*

Descripción

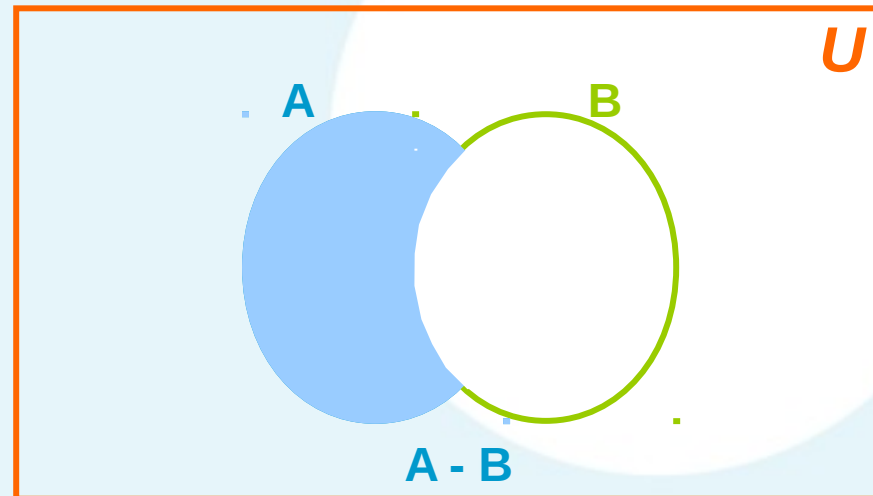
Diag. de Venn

Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones





# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

*La diferencia de A y B se define formalmente como:*

Descripción

$$A - B = \{x \mid x \in U \wedge (x \in A \wedge x \notin B)\}$$

Diag. de Venn

*También se puede decir:*

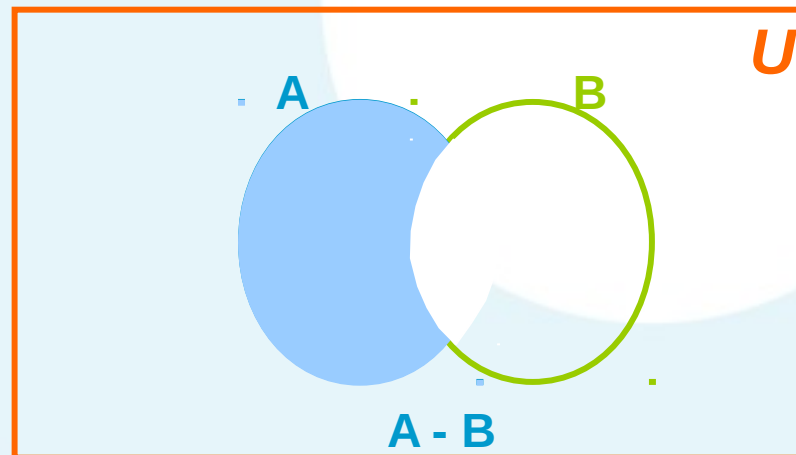
Igualdad

$$\forall x [ x \in (A - B) \leftrightarrow (x \in A \wedge x \notin B) ]$$

Inclusión

Propiedades

Operaciones



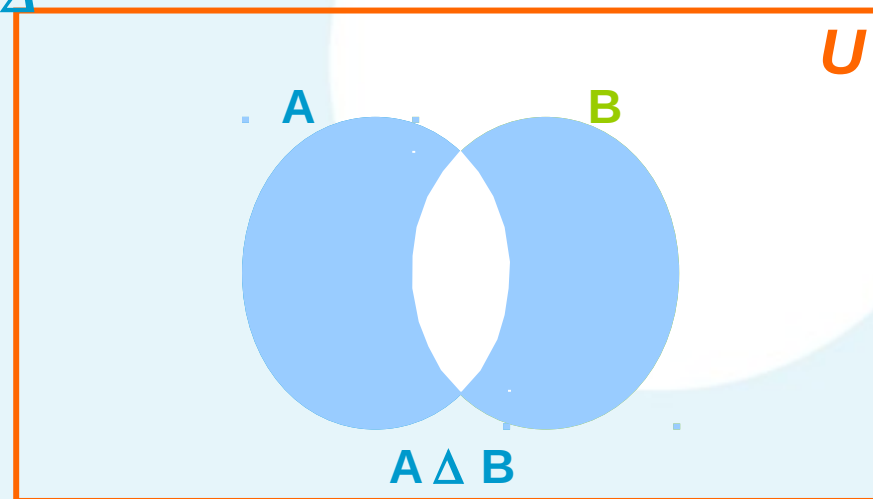


# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

### DIFERENCIA SIMÉTRICA ( $A \Delta B$ )

- La diferencia simétrica de dos conjuntos  $A$  y  $B$  es el conjunto de los elementos que pertenecen a  $A$  o pertenecen a  $B$  menos los elementos que pertenecen a la intersección de  $A$  y  $B$ .
- El operador de la diferencia simétrica se denota como:  $\Delta$



Descripción

Diag. de Venn

Igualdad

Inclusión

Propiedades

Operaciones



# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

*La diferencia simétrica de A y B se define formalmente como:*

Descripción

$$A \Delta B = \{x \mid x \in U \wedge [x \in (A \cup B) \wedge x \notin (A \cap B)]\}$$

Diag. de Venn

*También se puede decir:*

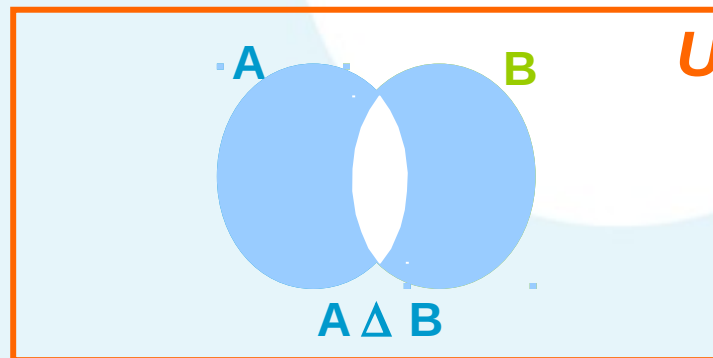
Igualdad

$$\forall x [x \in (A \Delta B) \leftrightarrow ((x \in A \vee x \in B) \wedge \neg(x \in A \wedge x \in B))]$$

Inclusión

Propiedades

Operaciones





# Teoría de Conjuntos

## Operaciones con Conjuntos

### Algunas Relaciones

Descripción

Si  $A$  y  $B$  son subconjuntos de  $U$  ( $A \subseteq U$  y  $B \subseteq U$ ), entonces:

Diag. de Venn

$(A \cup B) \subseteq U$ ,  $(A \cap B) \subseteq U$ ,  $(A - B) \subseteq U$ ,  $(A \Delta B) \subseteq U$ ,  $\bar{A} \subseteq U$

Igualdad

$$(a) |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$(b) A - B = A \cap \bar{B}$$

Inclusión

$$(c_1) A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$(c_2) A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

Propiedades

$$(c_3) A \Delta B = (A \cup B) \cap (\overline{A \cap B})$$

Operaciones

$$(c_4) A \Delta B = (A \cap \bar{B}) \cup (B \cap \bar{A})$$

$$(d) A = U - A$$





# Teoría de Conjuntos

## Leyes de la Teoría de Conjuntos

Leyes

Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano

01	$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	Ley conmutativa de la $\cup$ . Ley conmutativa de la $\cap$ .
02	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	Ley asociativa de la $\cup$ . Ley asociativa de la $\cap$ .
03	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	Ley distributiva de la $\cup$ respecto de la $\cap$ por la izquierda. Ley distributiva de la $\cap$ respecto de la $\cup$ por la izquierda.
04	$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$	Ley de absorción de la $\cup$ . Ley de absorción de la $\cap$ .
05	$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$	Ley de De Morgan de la $\cup$ . Ley de De Morgan de la $\cap$ .
06	$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Ley de idempotencia de la $\cup$ . Ley de idempotencia de la $\cap$ .
07	$A \cup U = U$ $A \cup \emptyset = A$ $A \cap U = A$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	Leyes de identidad de la $\cup$ y de la $\cap$ .
08	$A \cup A^c = U$ $A \cap A^c = \emptyset$	Leyes de complementación de la $\cup$ y la $\cap$ .
09	$(A^c)^c = A$	Ley de doble complemento.



# Teoría de Conjuntos

*Demostraciones de conjuntos usando las leyes de conjuntos*

*Demostraciones de conjuntos a nivel de lógica*

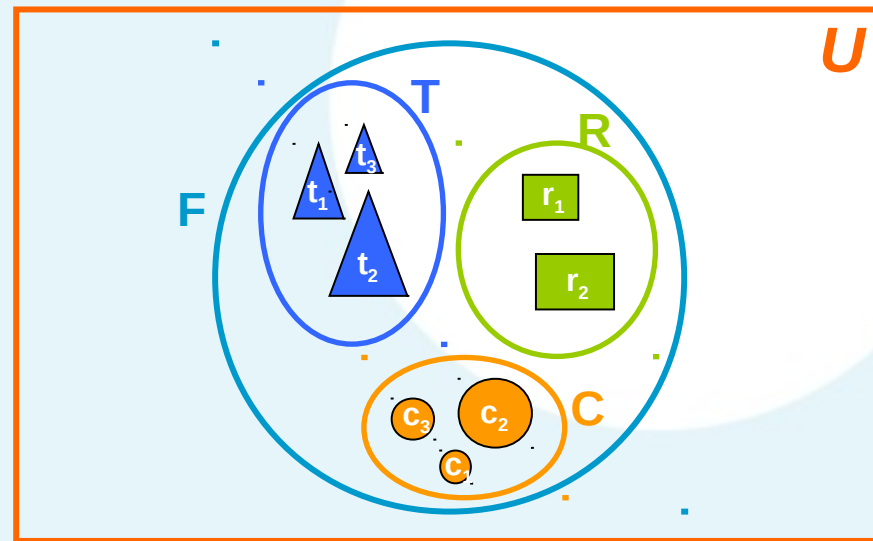
*Contraejemplos en teoría de conjuntos*



# Teoría de Conjuntos

## Familia de Conjuntos

- Una Familia de Conjuntos es un conjunto cuyos elementos son conjuntos.
- Ejemplo  $F = \{ T, R, C \}$   
 $F = \{ \{ t_1, t_2, t_3 \}, \{ r_1, r_2 \}, \{ c_1, c_2, c_3 \} \}$



Leyes

Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano



# Teoría de Conjuntos

## Conjunto Indexado

- Si  $I$  es un conjunto discreto de índices y para cada  $i \in I$  se define el conjunto  $A_i$ , entonces  $i$  es el índice de  $A_i$ , y

Leyes

Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano

$$F = \{ A_i / i \in I \}$$

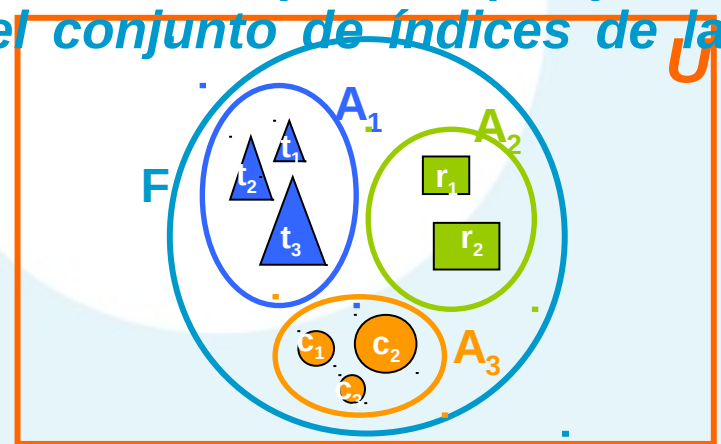
es una familia indexada de conjuntos (conjunto indexado), donde  $I$  es el conjunto de índices de la familia.

**Ejemplo**

$$F = \{ A_1, A_2, A_3 \}$$

$$F = \{ A_i / i \in I \}$$

$$I = \{ 1, 2, 3 \}$$





# Teoría de Conjuntos

## Operaciones en una Familia Indexada de Conjuntos

Con los conjuntos  $A_i$  de una familia de conjuntos  $F$ , se pueden realizar dos operaciones:

Leyes

Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano

**Unión Generalizada de Conjuntos:** Un elemento  $x$  de  $U$  pertenece a la unión de los  $A_i$ , si existe al menos un subconjunto  $A_i$  perteneciente a  $F$  que contenga a  $x$ . Es decir:

$$\bullet \bigcup_{i \in I} A_i = \left\{ x / \exists A_i \left[ A_i \in F \wedge x \in A_i \right] \right\}$$

$$\bullet A_i = \left\{ x / \exists i \left[ i \in I \wedge A_i \in F \wedge x \in A_i \right] \right\}$$

En otras palabras, el hecho de que  $x$  pertenezca al menos a uno de los conjuntos  $A_i$ , conlleva a que pertenezca a la unión generalizada. Notaciones:

$$\bullet \bigcup_{i \in I} A_i \quad \bullet \bigcup_{i=1}^n A_i \quad \bullet \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$$



# Teoría de Conjuntos

## Operaciones en una Familia Indexada de Conjuntos

**Intersección Generalizada de Conjuntos:** un elemento  $x$  de  $U$  pertenece a la intersección de los  $A_i$ , si todo subconjunto  $A_i$  perteneciente a  $F$  contiene a  $x$ . Es decir:

Leyes

Familia de Conj.

$$\bigcap_{i \in I} A_i = \{ x / \forall A_i [ A_i \in F \rightarrow x \in A_i ] \}$$

Conj. Indexado

$$\bigcap_{i \in I} A_i = \{ x / \forall i [ (i \in I \wedge A_i \in F) \rightarrow x \in A_i ] \}$$

Conj. Potencia

Conj. Partición

*En otras palabras, el hecho de que  $x$  pertenezca a todos los conjuntos  $A_i$ , conlleva a que pertenezca a la intersección generalizada.*

Prod. Cartesiano

$$\bigcap_{i \in I} A_i \quad \bigcap_{i=1}^n A_i \quad \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$$

**Notaciones:**





# Teoría de Conjuntos

## Conjunto Potencia o Conjunto de las Partes

Para  $A \subseteq U$ , el conjunto potencia de  $A$  o conjunto de las partes de  $A$ , denotado como  $P(A)$ , es una familia de conjuntos formada por todos los posibles subconjuntos de  $A$ .

Leyes

Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano

**Definición:**

$$P(A) = \{ A_i / A_i \subseteq A, i \in I \} \quad I = \{ i / i \in \mathbb{N}, i \leq |P(A)| \}$$

con  $|P(A)| = 2^n$ , donde  $|A| = n, n \geq 0$



# Teoría de Conjuntos

## Conjunto Partición

Para  $A \subseteq U$ , un conjunto partición de  $A$ , denotado como  $\Pi(A)$ , es una familia de conjuntos formada por subconjuntos de  $A$ , según el siguiente criterio:

Leyes

Familia de Conj.

$\Pi(A) = \{ A_i / A_i \subseteq A, i \in I \}$ , tal que:

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano

$$1. \forall i [ i \in I \rightarrow A_i \neq \emptyset ]$$

también se puede decir:  $A_i \neq \emptyset \quad \forall i \in I$

$$2. \forall i \in I \quad \forall j \in I [ i \neq j \rightarrow A_i \cap A_j = \emptyset ]$$

es decir,  $A_i \cap A_j = \emptyset \quad \forall i, j \in I$ , tal que  $i \neq j$ , es decir,  $A_i$  y  $A_j$  son subconjuntos disjuntos.

$$3. \bullet \bigcup_{i \in I} A_i = A$$



# Teoría de Conjuntos

## Producto Cartesiano o Producto de Conjuntos

### Idea intuitiva

Sean  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$  y  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

Leyes

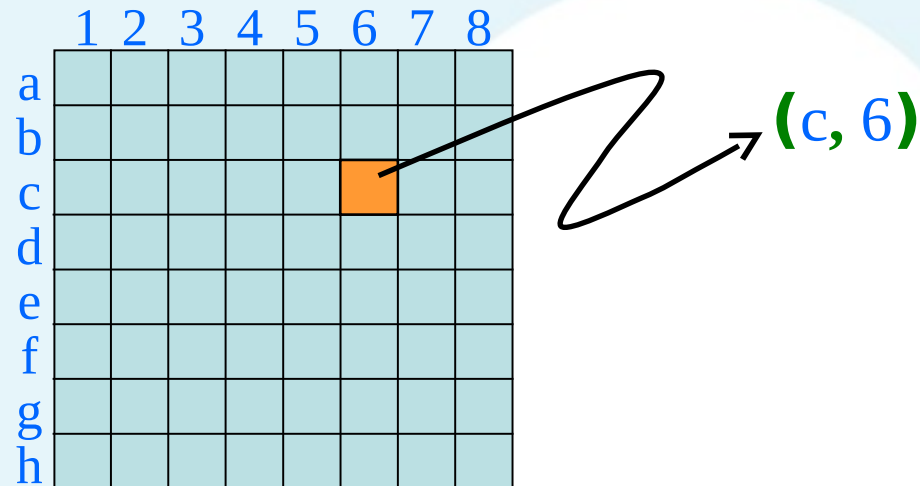
Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano



Todos estos pares forman el conjunto:

$$P = \{ (a, 1), (a, 2), (a, 3), \dots, (a, 8), (b, 1), (b, 2), \dots, (b, 8), \dots, (h, 1), (h, 2), \dots, (h, 8) \}$$

P es el conjunto  $A \times B$ , el producto de los conjuntos A y B.



# Teoría de Conjuntos

## Producto Cartesiano o Producto de Conjuntos

Leyes

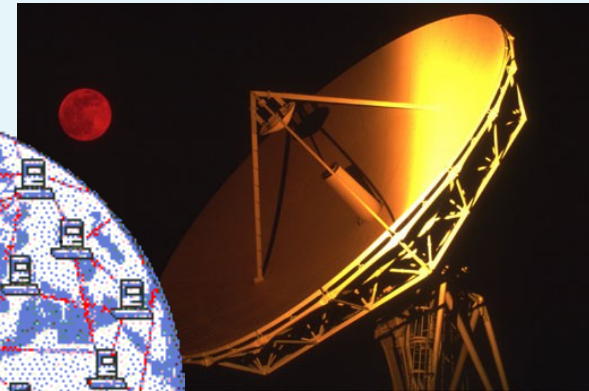
Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano



Posicionamiento en el globo terráqueo.

GPS: Global Positioning System





# Teoría de Conjuntos

## Producto Cartesiano o Producto de Conjuntos

### Definición Preliminar

El conjunto formado por la agrupación de elementos pares, donde el primer elemento del par siempre pertenece a un mismo conjunto  $A$  y el segundo, a un mismo conjunto  $B$ , y además, que contenga todas las combinaciones posibles, se llama producto cartesiano  $A \times B$ .

Leyes

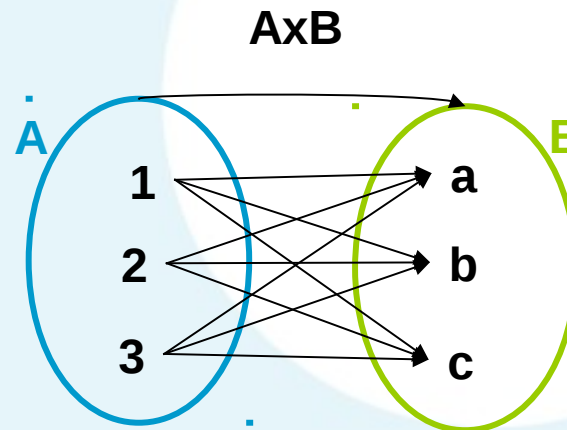
Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano



$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c), (3, a), (3, b), (3, c)\}$$



# Teoría de Conjuntos

## Producto Cartesiano o Producto de Conjuntos

Se puede tener producto cartesiano de un conjunto  $A$  por él mismo:  $A \times A$ , teniendo pares de la forma  $(a_1, a_2)$ , tal que  $a_1, a_2 \in A$ .

Leyes

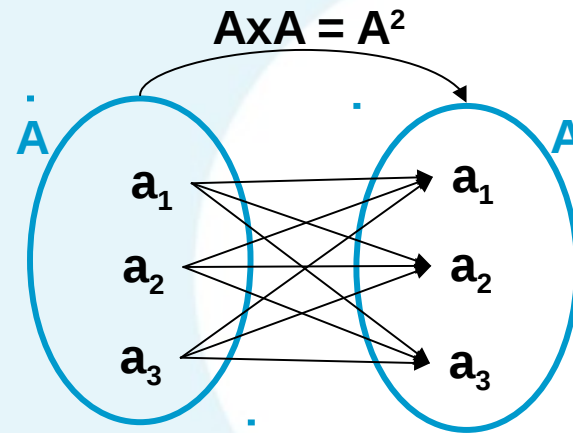
Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano



$$A \times A = \{(a_1, a_1), (a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_2, a_1), (a_2, a_2), (a_2, a_3), (a_3, a_1), (a_3, a_2), (a_3, a_3)\}$$

Los elementos de un producto cartesiano se llaman **n-uplas** (o **n-tuplas**)



# Teoría de Conjuntos

## N-Tupla

Se define *n*-tupla de elementos como cualquier secuencia de *n* elementos ordenados, denotada como  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Leyes

Familia de Conj.

El **orden** es importante:

Conj. Indexado

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \neq (x_2, x_1, \dots, x_n)$$

Conj. Potencia

Para

, recibe el nombre de:

Conj. Partición

$$n = 2 \quad (x_1, x_2)$$

**dupla o par ordenado**

$$n = 3 \quad (x_1, x_2, x_3)$$

**terna**

Prod. Cartesiano

$$n = 4 \quad (x_1, x_2, x_3, x_4)$$

**cuádrupla**

...



# Teoría de Conjuntos

## Igualdad de N-Tuplas

- Leyes
- Familia de Conj.
- Conj. Indexado
- Conj. Potencia
- Conj. Partición
- Prod. Cartesiano
- (i) Dos pares cualesquiera  $(x_1, x_2)$  y  $(y_1, y_2)$  son iguales  
sii  $(x_1 = y_1)$  y  $(x_2 = y_2)$
- (ii) Las ternas  $(x_1, x_2, x_3)$  y  $(y_1, y_2, y_3)$  son iguales  
sii  $((x_1, x_2), x_3)$  y  $((y_1, y_2), y_3)$  son iguales  
sii  $(x_1, x_2)$  y  $(y_1, y_2)$  son iguales y  $x_3 = y_3$   
sii  $(x_1 = y_1)$  y  $(x_2 = y_2)$  y  $(x_3 = y_3)$





# Teoría de Conjuntos

## Igualdad de N-Tuplas

Leyes

Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano

(iii) En general, las n-tuplas

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$  y  $(y_1, y_2, \dots, y_n)$  son iguales

sii  $((x_1, x_2, \dots, x_{n-1}), x_n)$  y  $((y_1, y_2, \dots, y_{n-1}), y_n)$   
son iguales

sii  $(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$  y  $(y_1, y_2, \dots, y_{n-1})$  son iguales  
y  $x_n = y_n$

sii  $((x_1, x_2, \dots, x_{n-2}), x_{n-1})$  y  $((y_1, y_2, \dots, y_{n-2}), y_{n-1})$   
son iguales y  $x_n = y_n$

sii  $(x_1, x_2, \dots, x_{n-2})$  y  $(y_1, y_2, \dots, y_{n-2})$  son iguales  
y  $x_{n-1} = y_{n-1}$  y  $x_n = y_n$

...

sii  $(x_1 = y_1)$  y  $(x_2 = y_2)$  y ... y  $(x_{n-1} = y_{n-1})$  y  $(x_n = y_n)$



# Teoría de Conjuntos

## Definición Formal de Producto Cartesiano o Producto de Conjuntos

Leyes

Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano

*Dados los conjuntos  $A_1, A_2, \dots, A_n$*

*El conjunto de todas las  $n$ -uplas  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , tal que*

*$x_1 \in A_1 \wedge x_2 \in A_2 \wedge \dots \wedge x_n \in A_n$ , se llama*

*producto cartesiano de  $A_1$  hasta  $A_n$  y se denota como:*

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \prod_{i=1}^n A_i$$

*, es decir,*

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n =$$

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_n) / x_1 \in A_1 \wedge x_2 \in A_2 \wedge \dots \wedge x_n \in A_n\}$$



# Teoría de Conjuntos

## Cardinalidad del Producto Cartesiano

Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  son conjuntos finitos, entonces

Leyes

$$|A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n| = |A_1| \times |A_2| \times \dots \times |A_n|$$

Familia de Conj.

Conj. Indexado

Caso particular cuando  $A_1 = A_2 = \dots = A_n = A$

Conj. Potencia

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = A \times A \times \dots \times A = A^n$$

Conj. Partición

Si  $A$  es finito, entonces

Prod. Cartesiano

$$|A^n| = |A \times A \times \dots \times A| = |A| \times |A| \times \dots \times |A| = |A|^n$$



# Teoría de Conjuntos

## Teorema de la Distributividad del Producto Cartesiano

*Para cualesquiera conjuntos  $A, B, C \subseteq U$ , se cumple que:*

Leyes

Familia de Conj.

Conj. Indexado

Conj. Potencia

Conj. Partición

Prod. Cartesiano

(a)  $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$

(b)  $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

(c)  $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

(d)  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$